1. Benader de functie met een Taylorpolynoom van de orde 2. Combineer de twee resttermen met de tussenwaardestelling tot één uitdrukking.

2. Resultaten met de centrale differentieformule $(f(x+h) - f(x-h))/2h$:

h	antwoord	totale fout	bovengrens afbreekfout	bovengrens afrondfout
0.02	2.725	0.007	0.00018	0.025
0.01	2.700	0.018	0.00005	0.050

   Merk op dat de totale fout voor $h = 0.02$ het kleinst is. Ook de som van de bovengrens van de afbreekfout en de afrondfout is het kleinst voor $h = 0.02$.

3. Formule: $(-f(x-2h) + 16 \cdot f(x-h) - 30 \cdot f(x) + 16 \cdot f(x+h) - f(x+2h))/(12h^2)$

   Het antwoord met de tabelwaarden is: -0.833 en heeft een grote fout ten gevolge van afrondfouten. Het antwoord met de exacte functiewaarden is wel goed.

4. De plaatsfunctie van het schip is $S(t) = 0.5at^2$. De snelheidsfunctie wordt bepaald met een achterwaartse differentie met stapgrootte h, aldus

$$S'(t) \approx \frac{S(t) - S(t-h)}{h}.$$

   Om de afbreekfout te bepalen ontwikkelen we $S(t-h)$ met het Taylorpolynoom van orde 1 rond het punt t;

$$S(t-h) = S(t) - hS'(t) + \frac{h^2}{2} S''(\xi), \tag{1}$$

   met ξ tussen $t-h$ en t. Met het feit dat $S''(t) = a$ en herschikken in (4) geeft

$$S'(t) - \frac{S(t) - S(t-h)}{h} = \frac{1}{2}ah.$$

   De afbreekfout is dus $\frac{1}{2}ah$.

   De meetfout in de snelheid kunnen we als volgt afleiden. Het is reeds bekend dat de meetfout is de plaatsbepaling *hoogstens* 10 meter is. Dus de snelheid met meetfouten is gelijk aan

$$S'(x) \approx \frac{S(t) \pm 10 - S(t-h) \pm 10}{h}.$$

   Dit betekend dat de meetfout in de snelheid *hoogstens* $\frac{20}{h}$ is.

   De totale fout in de snelheid is de som van de afbreekfout en de meetfout. Met $a = 0.004$ is de totale fout, genoteerd met tf, gelijk aan

$$\mathrm{tf}(h) = 0.002h + \frac{20}{h}.$$

De fout is minimaal in het minimum van de functie tf. Voor positieve stapgrootte h is het minimum $h = 100$. Dit kan worden bepaald door $\mathrm{tf}'(h)$, $\mathrm{tf}'(h) = 0.002 - \frac{20}{h^2}$, gelijk aan nul te stellen. De totale fout in de snelheid wordt daarmee gelijk aan tf(100)=0.4 $\frac{m}{s}$.