1. (a) Schrijf de differentiaalvergelijking eerst in de vorm:

$$-y'' + 2y = 2x.$$

   De matrixelementen worden gegeven door: $a_{j,j} = \frac{2}{h^2} + 2, \;\; a_{j-1,j} = a_{j,j-1} = -\frac{1}{h^2}$ en de rechterlid vector elementen door: $b_j = 2jh$

   (b) $2 \leq \lambda_j \leq 2 + \frac{4}{h^2}$

   (c) $\frac{\|\Delta u\|}{\|u\|} \leq \frac{2+\frac{4}{h^2}}{2} \times 10^{-4}$

2. De exacte oplossing is $\sin x$. De numerieke oplossing is $w_1 = w_2 = 0.9497$. De globale afbreekfout is -0.0837.

3. Voor het bepalen van de lokale afbreekfout vullen we de exakte oplossing in in de discretisatie:

$$\epsilon_j = -\frac{y_{j-1} - 2y_j + y_{j+1}}{h^2} + \frac{1}{12}(y_{j-1} + 10y_j + y_{j+1}) - \frac{1}{12}(f_{j-1} + 10f_j + f_{j+1})$$

   Met de differentiaalvergelijking geldt: $y''_j = y_j - f_j$, zodat:

$$\epsilon_j = -\frac{y_{j-1} - 2y_j + y_{j+1}}{h^2} + \frac{1}{12}(y''_{j-1} + 10y''_j + y''_{j+1})$$

   Ontwikkel nu y_{j-1} en y_{j+1} met een Taylorpolynoom met restterm $O(h^6)$ en y''_{j-1} en y''_{j+1} met een Taylorpolynoom met restterm $O(h^4)$ en vul dit in de uitdrukking voor ϵ_j, dan volgt dat $\epsilon_j = O(h^4)$.

   Omdat $\lambda_{min} > \frac{2}{3}$ als $h^2 > 12$ en $\lambda_{min} \geq 1$ als $h^2 \leq 12$ is het schema stabiel. Dit tezamen met Stelling 7.4.1 geeft de orde van de globale afbreekfout.