

Oefenopgaven Serie 12 (cursus 2004/2005)
wi2604: Numerieke methoden I¹

Behandelde begrippen

- vaste punt methode, lineaire convergentie
- Newton-Raphson, kwadratische convergentie
- niet-lineair beginwaardeprobleem, niet-lineair randwaardeprobleem

Opgaven

1. We gaan een methode afleiden voor het bepalen van een nulpunt van f gebaseerd op interpolatie.
 - (a) Stel er zijn twee startwaarden gegeven p_0 en p_1 . Bepaal het lineaire interpolatiepolynoom van de functie f .
 - (b) Neem voor p_2 het punt waar het interpolatiepolynoom de x-as snijdt.
 - (c) Doe 2 iteraties met de deze methode voor de functie $f(x) = x^2 - 2$ met $p_0 = 1$ en $p_1 = 2$.
2. Gegeven de functie $f(x) = x - \cos x, x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Bepaal met behulp van de Newton-Raphson methode een benadering van de oplossing met een fout kleiner dan 10^{-4} .
3. Doe twee iteraties met de Newton-Raphson methode met startvector $(1, 1)$ om het volgende niet-lineaire stelsel op te lossen:

$$x_1^2 - x_2 - 3 = 0$$

$$-x_1 + x_2^2 + 1 = 0$$

Vergelijk de benadering met de exacte oplossing $(2, 1)$.

4. Gegeven het niet-lineaire randwaardeprobleem:

$$-\frac{d^2y}{dx^2} + \sin(y) = 0, \text{ met } y(0) = 0, \quad y(1) = 1.$$

Discretizeer de vergelijking met behulp van 2 inwendige roosterpunten. Benader de oplossing met één iteratie van de Picard en de Newton-Raphson methode.

¹voor de antwoorden zie: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi211/answer12.pdf>