

Oefenopgaven Serie 13 (cursus 2004/2005)
wi2604: Numerieke methoden I¹

Behandelde begrippen

- Numerieke integratie, afbreekfout, afrondfout, conditie
- Trapeziumregel, Regel van Simpson, Newton-Cotes formules, gerepeteerde integratieregels

Opgaven

1. We willen de volgende integraal bepalen:

$$\int_{-1}^1 (10x)^3 + 0.001 dx.$$

- (a) De relatieve afrondfout in de functiewaarden is kleiner dan ϵ . Bepaal de relatieve fout in de integraal ten gevolge van de afrondfouten.
- (b) We nemen de gerepeteerde rechthoekregel als numerieke integratie methode en $\epsilon = 4 * 10^{-7}$. Geef een redelijke waarde voor de stapgrootte h .

2. Bepaal $\int_{0.5}^1 x^4 dx$ met de Trapeziumregel. Schat de afbreekfout met behulp van Stelling 5.3.1 en vergelijk de schatting van de afbreekfout met de echte afbreekfout.

3. De Trapeziumregel toegepast op $\int_0^2 f(x) dx$ geeft de waarde 4 en de Simpsonregel geeft de waarde 2. Wat is de waarde van $f(1)$?

4. Pas de (herhaalde) Trapeziumregel toe met stapgrootte $b-a$ en $\frac{b-a}{2}$. Schat de fout in $T(b-a)$. Tel de schatting van de fout op bij $T(b-a)$. Hoe heet deze integratieregels?

5. Bewijs dat

$$\int_{x_0-h}^{x_0+h} f(x) dx = 2hf(x_0) + \frac{h^3}{3} f''(\xi)$$

Deze numerieke integratieregels staat bekend als de midpuntregel.

¹voor de antwoorden zie: <http://ta.twi.tudelft.nl/nw/users/vuik/wi211/answer13.pdf>